

SROVNÁVACÍ ANALÝZA VÝSLEDKŮ 2D NUMERICKÉHO MODELU PROUDĚNÍ VODY BASEMENT NA MODELOVÝCH ÚLOHÁCH

COMPARITIVE ANALYSIS OF RESULTS ON 2D NUMERICAL BASEMENT MODEL OF WATER FLOW ON MODEL CASES

Ing. Michal Pavlíček; doc. Ing. Aleš Dráb, Ph.D.; Ing. Petr Lukášek

ABSTRAKT

Příspěvek se zabývá srovnávací analýzou výsledků hydraulických výpočtů 2D numerického modelu BASEMENT s výsledky analytického řešení a fyzikálního modelování. Analytické řešení bylo provedeno pro úlohu ustáleného proudění vody přes příčný práh ve dně obdélníkového koryta s předpokladem přechodu z říčního do bystřinného režimu proudění. Fyzikální model zahrnoval úlohu neustáleného proudění vody, která zjednodušenou formou simulovala náhlé prázdnění nádrže. Předmětem vzájemného srovnání byly v obou případech výsledky hydraulických výpočtů resp. měření na fyzikálním modelu ve formě průběhů hladin a svislicových rychlostí proudění vody.

Klíčová slova: BASEMENT, 2D numerický model, věcná a numerická přesnost

ABSTRACT

The article describes comparison of results on 2D numerical BASEMENT model with analytical solution and physical experimental testing. Test case of the analytical solution was water flow over bump in rectangular channel with transition from a sub-critical to a super-critical flow regime over the bump. Area of the simulation of experimental test case was made of channel which was divided by partition into two parts. There was an opening in the partition and there was different water depth in each channel part. Flow in the channel downstream the partition was influenced by an obstacle. Values of water depth and magnitude of the velocity were compared using comparative analysis.

Key words: BASEMENT, 2D numerical simulation, factual and numerical accuracy

1 ÚVOD

Pro účely hydraulických výpočtů proudění vody v korytech toků a záplavových územích jsou aktuálně využívány především modely umožňující jednorozměrnou (1D), dvourozměrnou (2D), případně kombinovanou (1D) a (2D) schematizaci řešené oblasti. Výsledky 2D modelů poskytují ve srovnání s 1D modely podrobnější informace o hloubkách vody, velikostech a směrech rychlostí proudění vody. 2D modely jsou však náročnější na množství a kvalitu vstupních dat (popis morfologie terénu, drsnosti, atd.) a vyžadují větší časové nároky na sestavení modelu a výpočet. Zmiňované nevýhody 2D modelů však v posledních letech postupně ztrácejí na významu, a to především s rozvojem výpočetní techniky a snadnější dostupnosti výškopisných dat ve formě digitálních modelů reliéfu.

Aktuálně je kromě komerčních licencí programů pro 2D numerické modelování k dispozici rovněž řada volně dostupných licencí, mezi které patří např. BASEMENT, TELEMAC a HEC-RAS verze 5.0.1. atd. Tyto programy jsou obvykle výsledkem vývoje zajišťovaného univerzitami resp. výzkumnými organizacemi a představují alternativu ke komerčně dodávaným programům.

Obecně je rozhodujícím faktorem při výběru odpovídajícího nástroje pro numerické modelování proudění vody tzv. nejistota modelu vyjádřená jeho věcnou a numerickou přesností. Při numerickém modelování je matematickými prostředky popisován daný hydraulický jev a prostředí, ve kterém tento jev probíhá. Věcná přesnost modelu je určena tím, nakolik věrně je daný probíhající jev matematicky popsán. Numerická přesnost modelu závisí na zvolené numerické metodě, prostorové a časové diskretizaci úlohy a na volbě okrajových a počátečních podmínek [4].

Jednou z možností vyjádření nejistoty modelu jsou statistické charakteristiky, ze kterých jsou pro tento účel významné zejména rozptyl a směrodatná odchylka. Cílem příspěvku je stanovení nejistoty 2D numerického modelu BASEMENT na základě srovnání výsledků řešení dvou modelových úloh. Pro srovnání výsledků numerického modelování byly využity výstupy analytického řešení a fyzikálního modelování.

2 NÁSTROJE ŘEŠENÍ

K hydraulickým výpočtům byl zvolen program BASEMENT verze 2.6, který patří mezi volně dostupné nástroje umožňující 2D numerické modelování proudění vody. Tento program nabízí kromě 2D rovněž 1D a (1D + 2D) schematizaci řešené úlohy. K vytvoření výpočtové sítě a pro práci s výsledky byl využit volně dostupný program QGIS, konkrétně zásuvné moduly BASEmesh a CRAYFISH [5].

Matematický model programu BASEMENT je v případě 2D schematizace založen na tzv. „rovnících mělké vody“ (shallow water equations), které jsou doplněny o rovnice Boussinesqova turbulentního modelu viskozity (Boussinesq eddy viscosity concept). Pro numerické řešení řídicích rovnic používá program BASEMENT metodu konečných objemů [5] [3].

3 POPIS MODELOVÝCH ÚLOH

V následujících odstavcích je uveden popis řešených modelových úloh. Tvar a rozměry řešených oblastí vychází z podkladů [1] a [2].

3.1 Analytické řešení

Úloha řeší ustálené proudění vody přes příčný práh ve dně obdélníkového koryta, kdy nad prahem je předpoklad přechodu říčního režimu proudění do bystřinného. Základní parametry řešené oblasti, které vycházejí ze studie [1] jsou uvedeny na Obr. 1. V korytě s nulovým podélným sklonem je napříč umístěn práh ve dně o délce 4 m a maximální výšce 0,2 m nade dnem. Výškové souřadnice dna z v místě příčného prahu ($8,0 < x < 12,0$ m) vychází z rovnice (1) [1].

$$z = -0,055(x - 10)^2, \quad (1)$$

kde x a z jsou souřadnice kartézské souřadné soustavy (Obr. 3).

Ve zbývající části oblasti je dno na výškové úrovni $z = -0,20$ m. Tvar a rozměry příčného prahu jsou patrné z Obr.3.

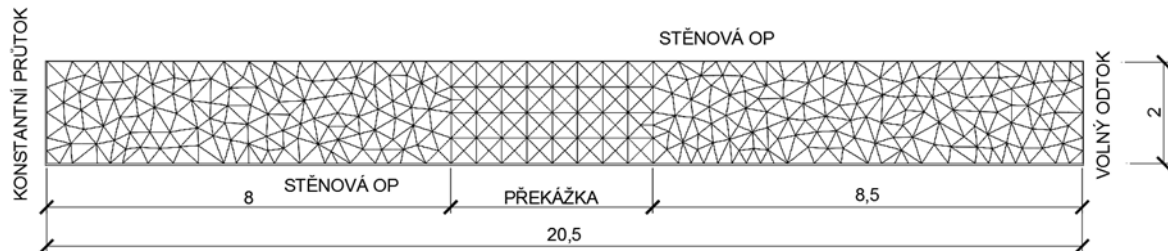
Analytické řešení úlohy je založeno na Bernoulliho rovnici (2) [1]:

$$z_A + h_A + \frac{q^2}{2gh_A^3} = z_k + h_k + \frac{q^2}{2gh_k^3}, \quad (2)$$

kde z_A je výšková souřadnice dna v libovolném profilu oblasti A , h_A hloubka vody v profilu A , q specifický průtok, z_k výšková souřadnice dna v profilu kritické hloubky, h_k kritická hloubka, kritická hloubka h_k se nachází v profilu nad prahem ($x = 10$).

V rámci numerického modelu byla náhradní oblast prostorově diskretizována výpočtovou sítí tvořenou trojúhelníkovými prvky o maximální ploše jednoho prvku $0,1 \text{ m}^2$. Náhradní oblast čítá 383 výpočetních uzlů a 646 výpočetních prvků. Drsnost povrchu na celé oblasti byla zadána hodnotou součinitele drsnosti dle Manninga 0,005.

Horní okrajová podmínka (OP) byla zadána konstantním průtokem $0,6 \text{ m}^3/\text{s}$. Dolní OP byla zadána nulovým gradientem hledaných neznámých veličin, kdy kapalina vstupující do dolní hranice vytéká přes hranici z náhradní oblasti.

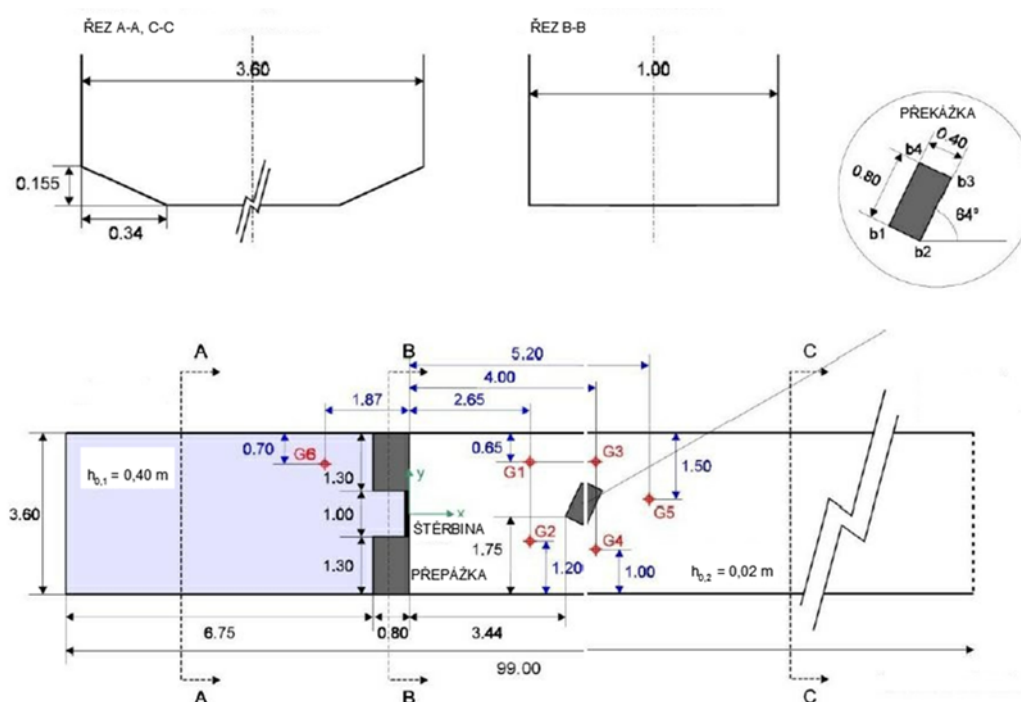


Obr. 1 Geometrie a prostorová diskretizace náhradní oblasti s vyznačením OP (rozměry v m)

Pro zajištění konvergence výpočtu byla důležitá správná volba časového kroku, která byla stanovena s ohledem na rozměry prvků výpočtové sítě. Maximální délka časového kroku byla zadána $0,01 \text{ s}$ při celkové délce simulace 150 s .

3.2 Fyzikální modelování

Parametry fyzikálního modelu jsou patrné z Obr. 2 [2]. Model byl vytvořen v měrném žlabu s nulovým podélným sklonem. Do žlabu byla osazena příčná přepážka se štěrbinou šířky 1 m . Pod přepážkou byla ve vzdálenosti cca 3 m umístěna překážka ve dně o rozměrech $0,4 \times 0,8 \text{ m}$, která ovlivňovala proudění ve žlabu. Na počátku měření byla štěrbina uzavřena a rozdíl hladin mezi horní a dolní částí žlabu byl $0,38 \text{ m}$. Náhlé prázdnění nádrže (horní část žlabu) bylo simulováno otevřením štěrbinou



Obr. 2 Geometrie náhradní oblasti [2]

Měření bylo prováděno v měrných bodech označených G2, G4, G5 a G6 (viz Obr. 2), ve kterých byla sledována hloubka vody a v bodech G2 a G4 i svislicová rychlost.

V programu BASEMENT byla řešená oblast prostorově diskretizována výpočtovou sítí trojúhelníkových prvků. Maximální plocha jednoho prvku byla nastavena na 0,009 m² a bylo vytvořeno 31 197 výpočetních uzlů, což odpovídá 60 371 výpočetních prvkům. Přepážka a překážka byly zadány jako otvory v náhradní oblasti resp. jejím vynecháním.

Drsnost povrchu na celé oblasti byla dle [2] určena hodnotou součinitele drsnosti dle Manninga 0,01.

Jako počáteční podmínka byla zadána hloubka vody v jednotlivých částech náhradní oblasti. Hodnoty PP byly odlišné na horní ($x < 0$) a dolní ($x > 0$) straně přepážky:

$$h_{0,1} = 0,4 \text{ m (pro } x < 0),$$

$$h_{0,2} = 0,02 \text{ m (pro } x > 0).$$

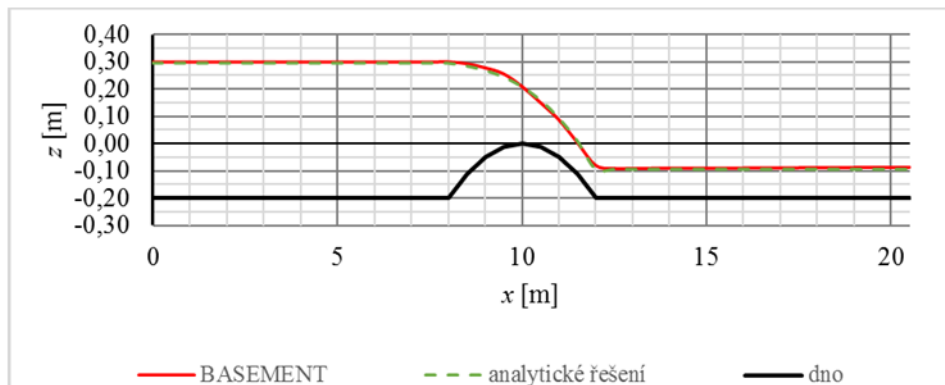
Na hranicích náhradní oblasti byla zadána stěnová okrajová podmínka, která předpokládá nulovou rychlost na dané hranici.

Pro zajištění konvergence výpočtu byla důležitá správná volba časového kroku, která byla volena s ohledem na rozměry prvků výpočtové sítě. Maximální délka časového kroku byla zadána 1 s. Při této hodnotě výpočet konvergoval. Délka simulace byla 120 s.

4 SROVNÁVACÍ ANALÝZA VÝSLEDKŮ

Porovnání výsledků výpočtů a měření modelových úloh bylo provedeno v první fázi kvalitativně vyznačením průběhů hledaných veličin jednotlivých metod do grafů (viz Obr.3 až Obr. 6). Nejistota modelu byla následně kvantifikována směrodatnou odchylkou mezi metodami řešení.

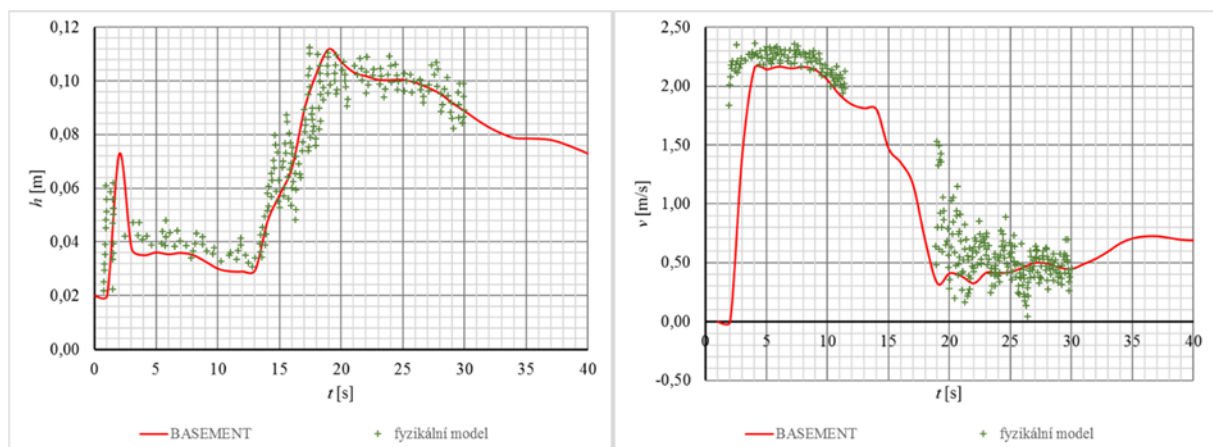
Výsledkem výpočtů úlohy proudění přes práh byl průběh hladiny v ose koryta řešené oblasti. Výsledky numerického modelu v čase simulace 60 s, byly porovnány s analytickým řešením (viz Obr. 3).



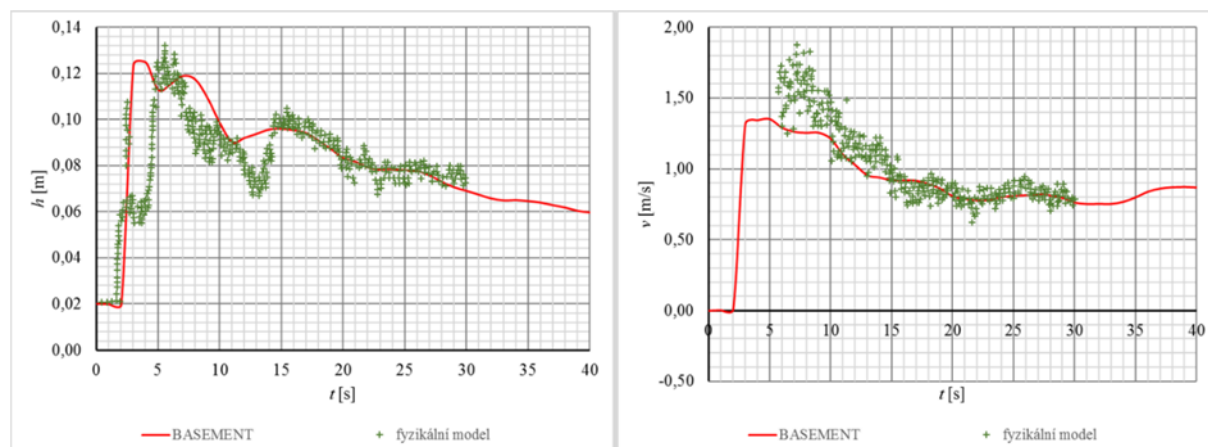
Obr. 3 Porovnání průběhu hloubky vody h v ose koryta v čase $t = 60$ s (posunout do kladných hodnot)

Směrodatná odchylka mezi výsledky analytického řešení a numerického modelu činí v případě hloubek vody h 0,006 m

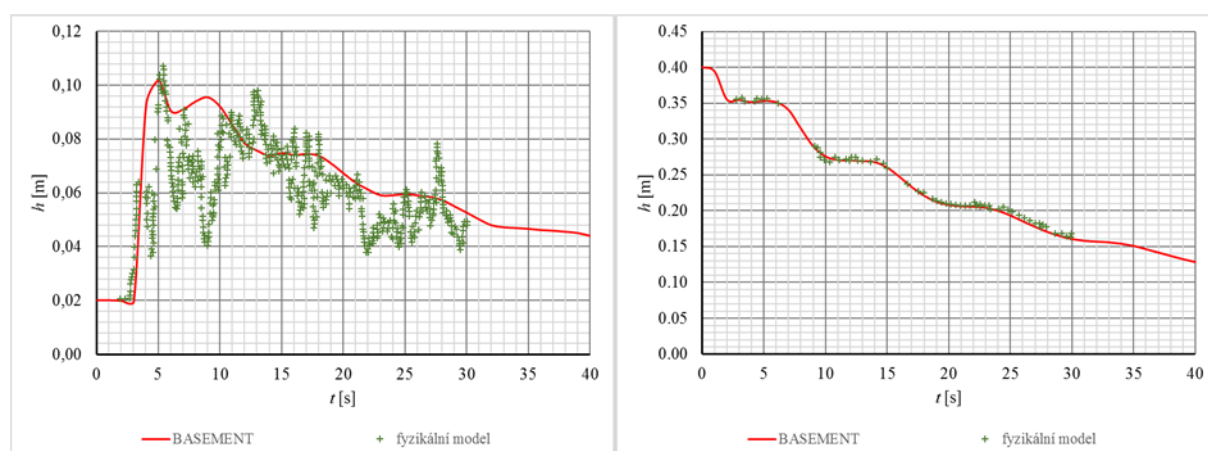
Výsledkem výpočtů úlohy simulující náhlé prázdnění nádrže byly hodnoty hloubek vody h v čase v bodech G2, G4, G5, G6 (Obr. 4 až Obr. 6) a hodnoty výslednic svislicových rychlostí v v čase v bodech G2 a G4 (Obr. 4 Obr. 5). Výsledky numerického modelu byly srovnány s daty naměřenými na fyzikálním modelu dle [2]. Umístění sledovaných bodů je patrné z Obr. 2.



Obr. 4 Porovnání průběhu hloubky vody h a výslednice svislicových rychlostí v v čase v bodě G2



Obr. 5 Porovnání průběhu hloubky vody h a výslednic svislicových rychlostí v v čase v bodě G4



Obr. 6 Porovnání průběhu hloubky vody h v čase v bodě G5 (vlevo) a G6 (vpravo)

Z Obr. 4 až Obr. 5 jsou patrné pulsace hloubek a výslednic svislicových rychlostí na fyzikálním modelu, a to zejména v bodech G4 a G5, které se nacházejí za překážkou. Byla vypočtena směrodatná odchylka mezi výsledky fyzikálního a numerického modelu. V případě hloubky vody h dosahuje hodnota směrodatné odchylky maximálně 0,02 m a 0,26 m/s u výslednic svislicových rychlostí v .

5 ZÁVĚR

U úlohy simulující proudění přes překážku ve dně obdélníkového koryta byl pomocí numerického modelu v programu BASEMENT vypočten průběh hloubky vody po délce osy koryta náhradní oblasti. Tato výstupní data byla porovnána s výsledky získanými analytickým řešením úlohy (viz Obr. 3). Na základě porovnání těchto dat lze konstatovat velmi dobrou shodu mezi výsledky numerického modelu a analytickým řešením.

V případě úlohy simulující náhlé prázdnění nádrže byly pomocí numerického modelu v programu BASEMENT vypočteny časové průběhy hloubek vody a výslednic svislicových rychlostí ve sledovaných bodech. Tato výstupní data byla porovnána s daty naměřenými na fyzikálním modelu [2] (viz Obr. 4 až Obr. 6). Na základě porovnání výsledků lze konstatovat poměrně dobrou shodu mezi výsledky numerického a fyzikálního modelování. Z Obr. 4 až Obr. 6 jsou patrné pulsace hloubek a výslednic svislicových rychlostí zaznamenané pouze na fyzikálním modelu, a to zejména v bodech G2 a G4. Body G2 a G4 se nacházely v blízkosti překážky ve žlabu, v těchto místech lze předpokládat

výrazné turbulentní proudění, které numerický model nebyl schopen věrně vystihnout. Výsledky numerického modelu v programu BASEMENT na zvolené úloze je možné porovnat s výsledky komerčních programů, které jsou dostupné ve zprávě [2].

Poděkování

Příspěvek byl zpracován za podpory projektů Specifického výzkumu VUT v Brně č. FAST-J-16-3692 „Hodnocení nejistot při 2D numerickém modelování proudění vody v záplavových územích“ a č. FAST-S-15-2843 „Hydrodynamické zatížení mostních konstrukcí při povodňových průtocích.“

Použitá literatura

- [1] EDF – R&D: *Telemac – 2D software manual*, Version 6.1., EDF – R&D. 2010.
- [2] ENVIRONMENT AGENCY: *Benchmarking the latest generation of 2D hydraulic modelling packages*. Report – SC120002. 2013. ISBN 978-1-84911-306-9
- [3] FELCMAN, J. *Matematické modelování ve fyzice*, KNM PRESS, Praha, 2004.
- [4] GOULDBY, B. *Uncertainty and sensitivity analysis method for flood risk analysis*. Report T024-10-07. FLOODsite Consortium. 2007.
- [5] LABORATORY OF HYDRAULICS, GLACIOLOGY AND HYDROLOGY (VAW). *System manuals of BASEMENT*, Version 2.6. ETH Zurich. 2016.